

## Bitcoins

---

De bitcoin is een digitale munteenheid die alleen online bestaat. Hij bestaat sinds 1 januari 2009 en kan worden gebruikt om te betalen in webwinkels of voor andere online diensten.

Bitcoins worden niet, zoals normaal geld, door een centrale bank in omloop gebracht. In plaats daarvan zijn alle bitcoins die in omloop zijn, gecreëerd door computers mee te laten werken aan oplossingen van geselecteerde wiskundige problemen. Dat werkt als volgt:

Iedereen kan op zijn of haar computer speciale software laten draaien die meewerkt aan het oplossen van zo'n wiskundig probleem. De eigenaar van de computer die de oplossing voor een probleem vindt, krijgt daarvoor 25 (nieuw gecreëerde) bitcoins als beloning. Omdat er in 2014 iedere 10 minuten zo'n probleem werd opgelost, werden er op deze manier iedere 10 minuten 25 bitcoins in omloop gebracht.

Op 1 januari 2014 waren er (ongeveer) 12,2 miljoen bitcoins in omloop.

- 3p 7 Bereken uitgaande hiervan in welk jaar het aantal bitcoins in omloop boven de 18 miljoen uitstijgt als de snelheid waarmee bitcoins in omloop gebracht worden niet verandert.

In werkelijkheid blijft de snelheid waarmee bitcoins in omloop worden gebracht niet gelijk aan 25 bitcoins per 10 minuten. Deze snelheid neemt namelijk af. Gedurende de eerste vier jaar, van 1 januari 2009 tot 1 januari 2013, was de beloning per oplossing nog 50 bitcoins. De beloning voor het vinden van een oplossing wordt elke vier jaar gehalveerd: van 1 januari 2013 tot 1 januari 2017 is de beloning per oplossing 25 bitcoins, voor de vier jaar erna 12,5 bitcoins per oplossing enzovoorts.

- 4p 8 Bereken vanaf welk jaar de beloning per oplossing minder dan één bitcoin zal zijn.

Het totale aantal bitcoins dat in omloop gebracht kan worden, is begrensd. Dat is een gevolg van (onder andere) het feit dat de beloning per oplossing steeds gehalveerd wordt. Het **totale** aantal bitcoins dat in omloop is, kan worden benaderd met de formule:

$$C = 21 - 21 \cdot 0,5^{0,25t}$$

Hierin is  $C$  het totale aantal bitcoins in miljoenen en  $t$  de tijd in jaren met  $t = 0$  op 1 januari 2009.

- 3p 9 Bepaal met behulp van een redenering aan de hand van de formule de grenswaarde van het totale aantal bitcoins dat in omloop is.

Om het totale aantal bitcoins dat in omloop is te reguleren, wordt niet alleen het aantal bitcoins per oplossing kleiner gemaakt, maar wordt ook de moeilijkheidsgraad van de wiskundige problemen steeds groter gemaakt. Er zijn namelijk steeds meer mensen die hun computers mee laten rekenen.

De moeilijkheidsgraad van de problemen stijgt exponentieel volgens de formule  $D = 3,65 \cdot e^{0,533t}$ .

Hierin is  $D$  een maat voor de moeilijkheidsgraad en  $t$  de tijd in maanden met  $t = 0$  op 1 januari 2013. Hierbij geldt dat hoe groter  $D$  is, hoe moeilijker het op te lossen probleem is.

- 4p **10** Stel de formule van de afgeleide van  $D$  op en bereken hoe je aan deze formule kunt zien dat de grafiek van  $D$  toenemend stijgend is.

De formule kan zó worden herschreven dat je een moeilijkheidsgraad kunt invullen en zo de tijd in maanden kunt berekenen die nodig is om die moeilijkheidsgraad te bereiken.

- 4p **11** Herschrijf de formule  $D = 3,65 \cdot e^{0,533t}$  zó dat  $t$  wordt uitgedrukt in  $D$ .